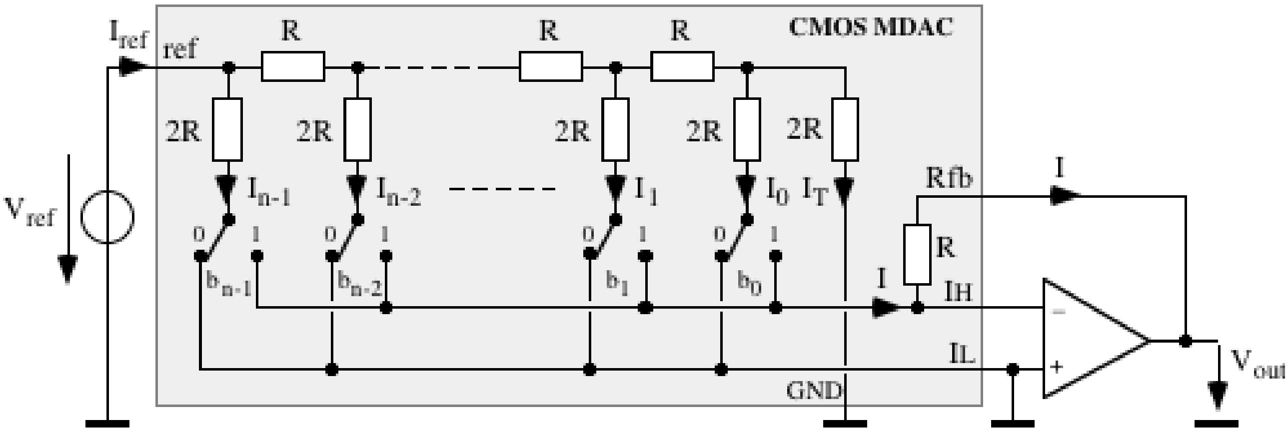
Circuits et Systèmes Electroniques. Exercice série 1

CMOS R-2R Multiplying n-bit DAC.

1. CNA unipolaire :

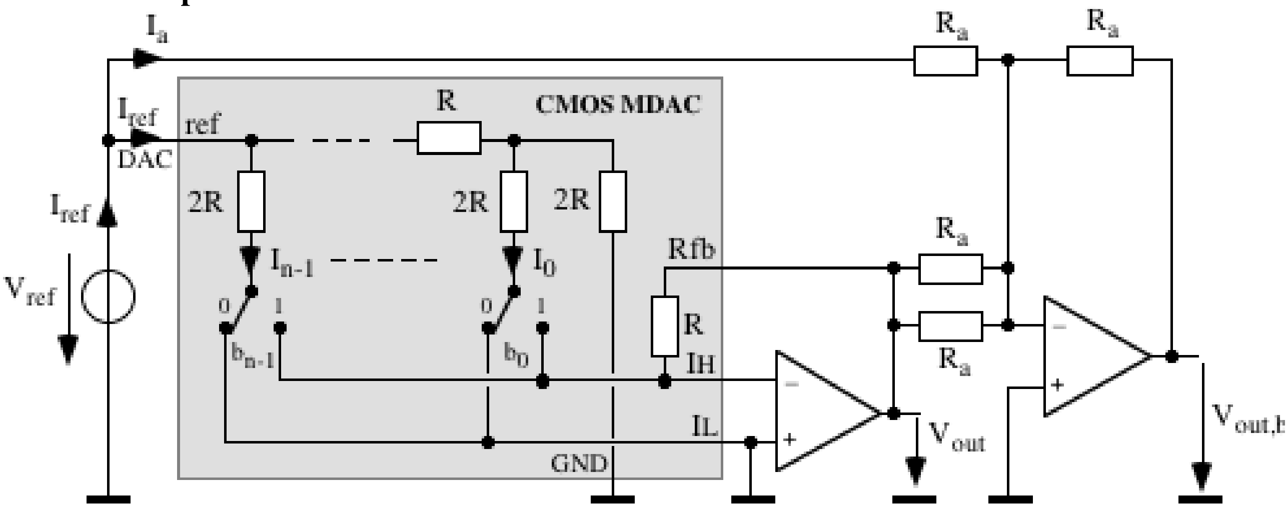


Etablir la relation liant V_{out} à V_{ref} et au code binaire ($b_{n-1}, \dots b_1, b_0$).

Que vaut I_{ref} ?

Quelle doit être la précision relative des résistances du réseau pour garantir la monotonicité du CNA ?

2. CNA bipolaire :



Etablir la relation liant $V_{out,b}$ à V_{ref} et au code binaire ($b_{n-1}, \dots b_1, b_0$).

Pour quel code binaire $V_{out,b}$ vaut exactement 0 V ?

Que vaut I_{ref} ?

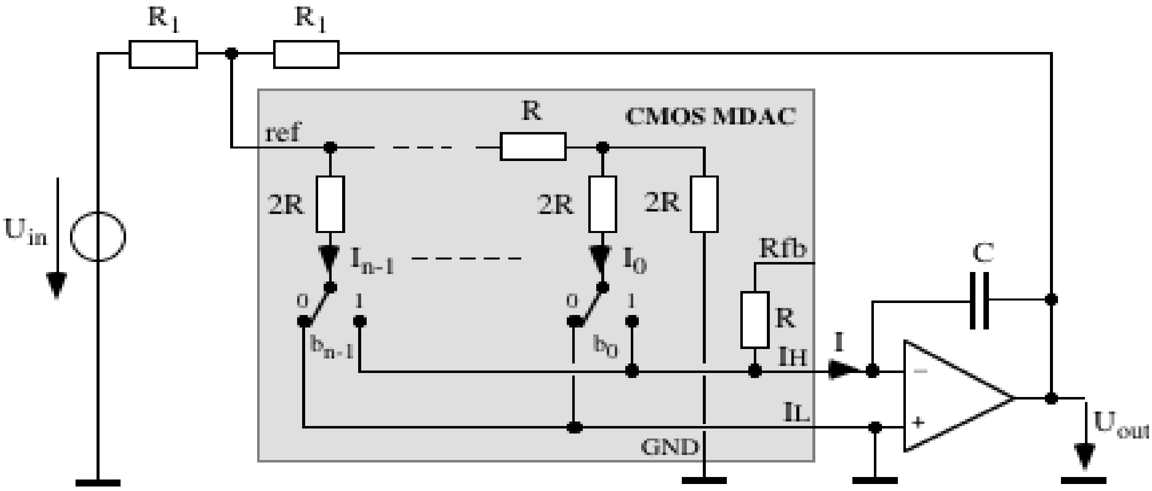
3. Filtres analogiques programmables numériquement.

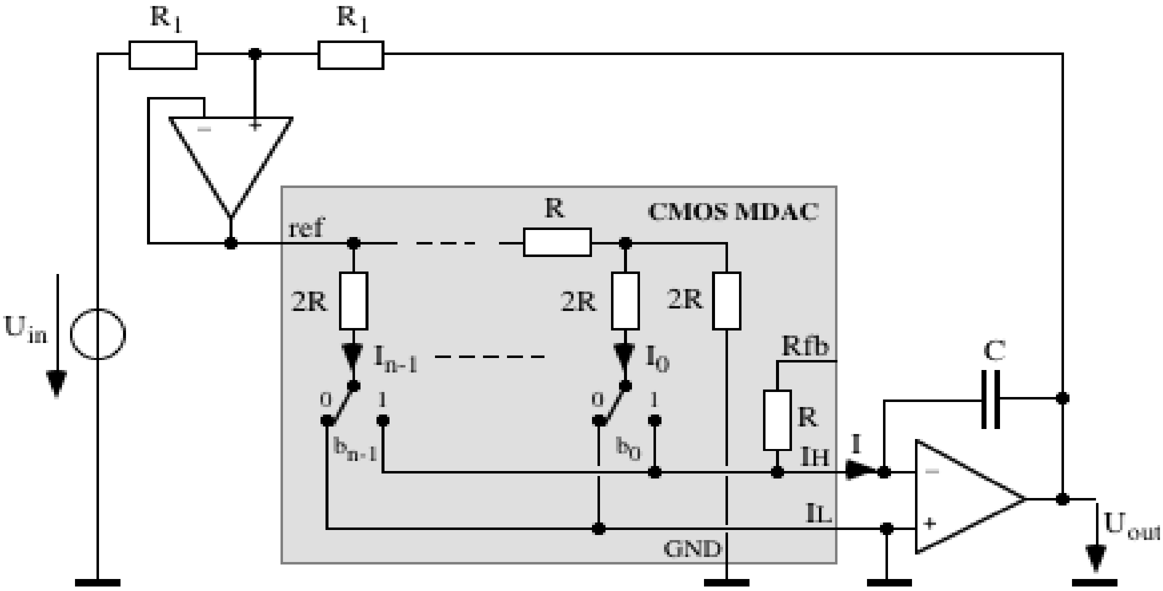
Pour les trois circuits ci-après:

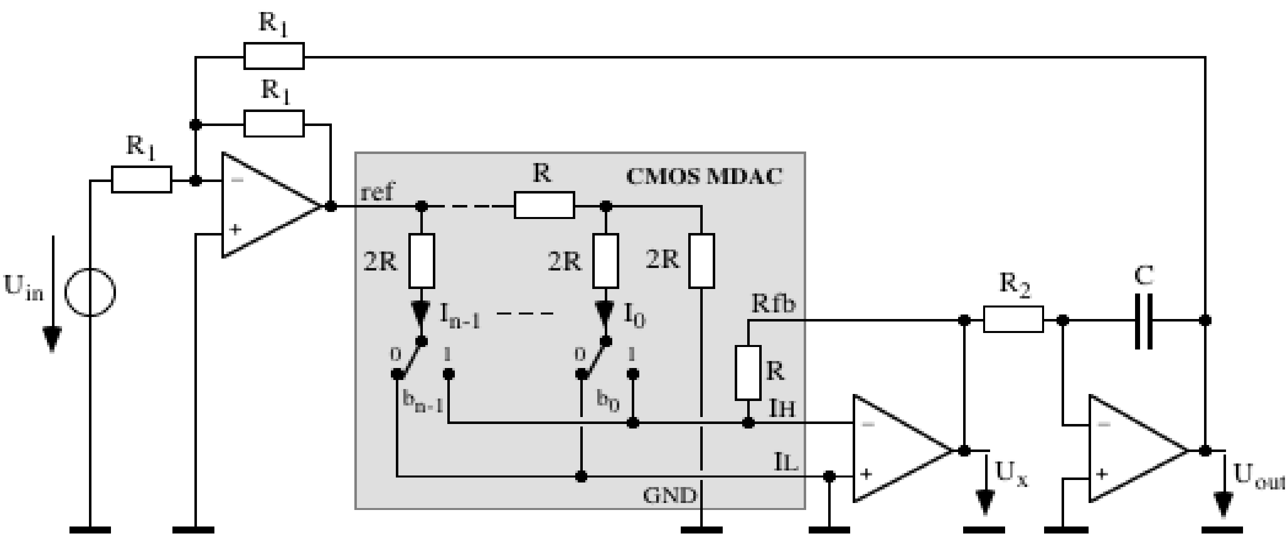
Etablir la fonction de transfert U_{out}/U_{in} et montrer qu'il s'agit d'un filtre passe-bas du 1^er^ ordre.

Etablir la relation liant la fréquence de coupure au code binaire (b_{n-1}, ... b_1, b_0).

Discuter des avantages et inconvénients relatifs des trois circuits.







Circuits et Systèmes Electroniques 2. Corrigé série 1

1. CNA R-2R unipolaire

$$V_{out} = -R \cdot I = -R \cdot \sum_{0}^{n-1} b_i I_i = -R \cdot \left(b_{n-1} \frac{V_{ref}}{2R} + b_{n-2} \frac{1}{2} \frac{V_{ref}}{2R} + \cdots + b_1 \frac{1}{2^{n-2}} \frac{V_{ref}}{2R} + b_0 \frac{1}{2^{n-1}} \frac{V_{ref}}{2R} \right)$$

$$V_{out} = -R \cdot \frac{V_{ref}}{R} \left(b_{n-1} \frac{1}{2} + b_{n-2} \frac{1}{4} + \cdots + b_1 \frac{1}{2^{n-1}} + b_0 \frac{1}{2^n} \right)$$

$$V_{out} = -\frac{V_{ref}}{2^n} \cdot \left(b_{n-1} 2^{n-1} + b_{n-2} 2^{n-2} + \cdots + b_1 2^1 + b_0 2^0 \right) = -\frac{\mathbf{V_{ref}}}{\mathbf{2^n}} \cdot \sum_{\mathbf{0}}^{\mathbf{n-1}} \mathbf{b_i} \cdot \mathbf{2^i}$$

$$I_{ref} = I_{n-1} + I_{n-2} + \cdots + I_1 + I_0 + I_T = \frac{V_{ref}}{2R} \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2^{n-2}} + \frac{1}{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-1}} \right)$$

$$I_{ref} = \frac{V_{ref}}{R} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}} + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{2^n} \right) = \frac{\mathbf{V_{ref}}}{\mathbf{R}}$$

Le cas le plus délicat pour lequel le CAN risque d'être non monotone est lors du passage du code $0111 \cdots 111$ au code $1000 \cdots 000$.

Il faut garantir que : $I_{n-1} \geq I_{n-2} + \cdots + I_1 + I_0$ même en présence de légères inégalités des résistances du réseau en échelle.

Le cas le plus défavorable est celui où la première 2R (celle connectée directement à V_{ref}) est trop grande et toutes les autres R et 2R sont trop petites d'une valeur relative e.

$$I_{n-1} = \frac{V_{ref}}{2R(1+e)} \geq I_{n-2} + \cdots + I_0 = \frac{V_{ref}}{2R(1-e)} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdots + \frac{1}{2^{n-1}} \right) = \frac{V_{ref}}{2R(1-e)} \frac{2^n - 1}{2^n}$$

$$1 + e \leq (1-e) \frac{2^n}{2^n - 1}$$

=> $$\mathbf{e} \leq \frac{\mathbf{1}}{2^{n+1} - 1} \approx \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2^{n+1}}}$$

où e est l'erreur relative maximum de chaque côté de la valeur moyenne des résistances du réseau en échelle

2. CNA R-2R bipolaire

$$V_{out} = -\frac{V_{ref}}{2^n}\cdot \sum_{0}^{n-1} b_i \cdot 2^i$$ résultat du CNA unipolaire

$$V_{out,b} = -V_{ref} - 2V_{out}$$ sommateur inverseur

$$\mathbf{V_{out,b} = \frac{V_{ref}}{2^{n-1}}\cdot \left(-2^{n-1} + \sum_{0}^{n-1} b_i \cdot 2^i\right)}$$ CNA bipolaire

code 000···000 => $V_{out,b} = -V_{ref}$

code 100···000 => $V_{out,b} = 0$

code 111···111 => $V_{out,b} = V_{ref}\cdot(1-1/2^{n-1}) \approx V_{ref}$

$$I_{ref} = I_{ref,DAC} + I_a = \frac{\mathbf{V_{ref}}}{\mathbf{R}} + \frac{\mathbf{V_{ref}}}{\mathbf{R_a}}$$

3. Filtre programmable.

<u>Circuit à un seul amplificateur opérationnel.</u>

Vu depuis la borne "ref" le DAC représente une simple résistance R contre la masse.

$$U_{ref} = \frac{R//R_1}{(R//R_1)+R_1}U_{in} + \frac{R//R_1}{(R//R_1)+R_1}U_{out} = kU_{in} + kU_{out}$$

avec : $$k = \frac{\frac{R\cdot R_1}{R+R_1}}{\frac{R\cdot R_1}{R+R_1}+R_1} = \frac{R\cdot R_1}{2\cdot R\cdot R_1 + R_1{}^2} = \frac{R}{2R+R_1}$$

$$I = \frac{U_{ref}}{R\cdot 2^n}\cdot \sum_{0}^{n-1} b_i \cdot 2^i$$ CNA

$$U_{out} = -\frac{1}{j\omega C} I$$ intégrateur inverseur

En combinant ces relations :

$$U_{out} = -\frac{1}{j\omega C}\,\frac{k(U_{in}+U_{out})}{R\cdot 2^n}\sum_{0}^{n-1} b_i\cdot 2^i = (U_{in}+U_{out})\frac{-k\sum_{0}^{n-1} b_i\cdot 2^i}{j\omega RC\cdot 2^n}$$

$$U_{out}\left(1+\frac{k\sum_{0}^{n-1} b_i\cdot 2^i}{j\omega RC\cdot 2^n}\right) = U_{in}\frac{-k\sum_{0}^{n-1} b_i\cdot 2^i}{j\omega RC\cdot 2^n}$$

$$U_{out}\left(\frac{j\omega RC\cdot 2^n}{k\sum_0^{n-1} b_i\cdot 2^i}+1\right)=-U_{in}$$

$$H(j\omega)=\frac{U_{out}}{U_{in}}=\frac{-1}{1+\dfrac{j\omega RC\cdot 2^n}{k\sum_0^{n-1} b_i\cdot 2^i}}=\frac{-1}{1+\dfrac{j\omega}{\omega_c}}$$

C'est un passe-bas avec une pulsation de coupure à :

$$\omega_c=\frac{k\sum_0^{n-1} b_i\cdot 2^i}{RC\cdot 2^n}=\frac{\dfrac{R}{2R+R_1}\sum_0^{n-1} b_i\cdot 2^i}{RC\cdot 2^n}$$

Dans le cas particulier où $R_1 = R$:

$$\omega_c=\frac{\sum_0^{n-1} b_i\cdot 2^i}{3RC\cdot 2^n}$$

<u>Circuit à deux amplificateurs opérationnels.</u>

$$U_{ref}=\frac{R_1}{R_1+R_1}U_{in}+\frac{R_1}{R_1+R_1}U_{out}=\frac{1}{2}(U_{in}+U_{out})\qquad\forall\quad R$$

Le reste du calcul est identique au cas précédant avec $k=\frac{1}{2}$:

$$H(j\omega)=\frac{U_{out}}{U_{in}}=\frac{-1}{1+\dfrac{j\omega 2RC\cdot 2^n}{\sum_0^{n-1} b_i\cdot 2^i}}=\frac{-1}{1+\dfrac{j\omega}{\omega_c}}$$

$$\omega_c=\frac{\sum_0^{n-1} b_i\cdot 2^i}{2RC\cdot 2^n}$$

R_1 peut être choisie indépendamment de R.

Circuit à trois amplificateurs opérationnels.

$U_{ref} = -U_{in} - U_{out}$ sommateur inverseur

$U_x = -\frac{U_{ref}}{2^n} \cdot \sum_0^{n-1} b_i \cdot 2^i$ CNA unipolaire

$U_{out} = -\frac{1}{j\omega R_2 C} U_x$ intégrateur inverseur

En combinant ces relations:

$$U_{out} = -\frac{1}{j\omega R_2 C} \frac{U_{in} + U_{out}}{2^n} \sum_0^{n-1} b_i \cdot 2^i = (U_{in} + U_{out}) \frac{-\sum_0^{n-1} b_i \cdot 2^i}{j\omega R_2 C \cdot 2^n}$$

$$U_{out}\left(1 + \frac{\sum_0^{n-1} b_i \cdot 2^i}{j\omega R_2 C \cdot 2^n}\right) = U_{in} \frac{-\sum_0^{n-1} b_i \cdot 2^i}{j\omega R_2 C \cdot 2^n}$$

$$U_{out}\left(\frac{j\omega R_2 C \cdot 2^n}{\sum_0^{n-1} b_i \cdot 2^i} + 1\right) = -U_{in}$$

$$H(j\omega) = \frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{-1}{1 + \frac{j\omega R_2 C \cdot 2^n}{\sum_0^{n-1} b_i \cdot 2^i}} = \frac{-1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_c}}$$

C'est un passe-bas avec une pulsation de coupure à :

$$\omega_c = \frac{\sum_0^{n-1} b_i \cdot 2^i}{R_2 C \cdot 2^n}$$

La pulsation de coupure ne dépend pas de la valeur du réseau R-2R du CNA.